

Олімпіада зі штучного інтелекту, еволюційної та нейробіології

30 травня 2016 р.

Максимальна оцінка за кожну з п'яти задач — 20 балів

Час виконання роботи — 5 годин

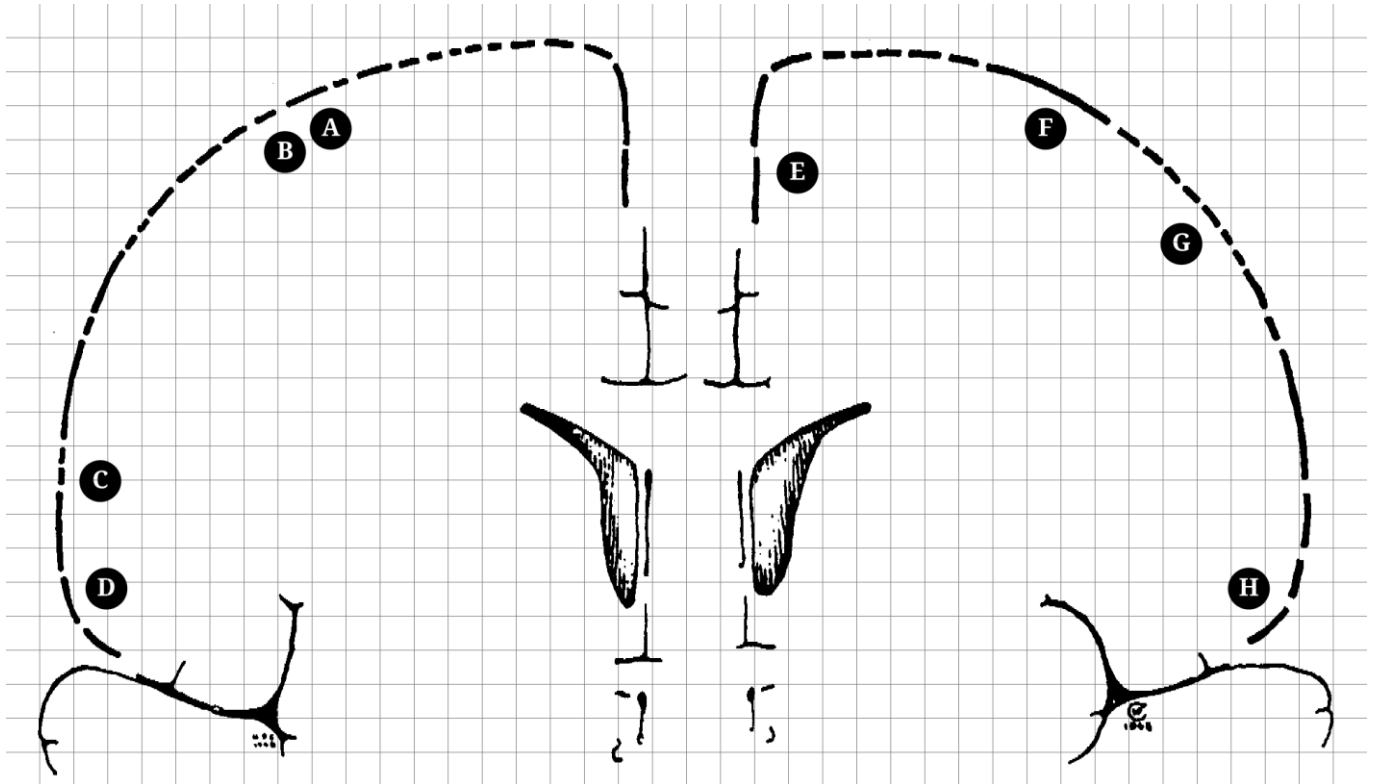
 bio.org.ua

Автор задач:

Данило Мисак

1. Природа: мозок

Нижче наведено зображення двох звивин головного мозку та схематичне розташування на них восьми областей, позначених латинськими літерами у кружечках.



Дані області відповідають (у переплутаному порядку) за такі функції та органи:

- 1) рух великого пальця руки,
- 2) відчуття у кисті руки,
- 3) ковтання,
- 4) рух пальців ноги,
- 5) зуби,
- 6) відчуття у мізинці (руки),
- 7) рух кисті руки,
- 8) відчуття у горлі.

Завдання 1. Установіть відповідності між областями та їхніми функціями.

Завдання 2. Де розташовано області, що відповідають за відчуття у пальцях ноги та за рух вказівного пальця?

Завдання 3. Де орієнтовно розташовано область, що відповідає за слиновиділення?

Примітка. Подана вище графічна схема є адаптацією зображення з книги «The cerebral cortex of man: a clinical study of localization of function» (W. Penfield, T. Rasmussen).

2. Природа: генетика

У цій задачі ми розглядаємо рослини нічної красуні (*Mirabilis jalapa*) з квітами білого, рожевого та червоного кольорів, причому для спрощення іноді казатимемо про квітку, маючи на увазі рослину.

На генетичному рівні колір квітки можна визначити таким чином: якщо відповідальний за даний фактор ген реалізується парою алелів WW, квітка біла; якщо ген реалізується парою алелів RR, квітка червона; пара алелів WR відповідає рожевому кольору. При схрещенні двох рослин успадкування гена відбувається так: один алель (випадковий) дитина дістає від однієї з батьківських рослин, а ще один (теж випадковий) — від іншої. Наприклад, якщо в одного з батьків ген було реалізовано як WR, а в іншого — як WW, то з однаковою ймовірністю у нащадка ген реалізується як WW або як WR (маючи на увазі, що WR — це те саме, що RW); якщо ж, приміром, в однієї з батьківських рослин ген було реалізовано як WW, а в іншої — як RR, то в рослини-нащадка він обов'язково реалізується як WR.

У нашому розпорядженні є 2016 нічних красунь, причому половина з них рожеві, чверть білі, а ще чверть — червоні. Можна показати, що якщо схрестити рослини між собою випадковим чином, то пропорції забарвлення квіток наступного покоління залишаться тими самими. А це значить, що, якщо схрещувати між собою рослини покоління за поколінням, зберігаючи розмір кожного покоління однаковим (2016 особин), рожевими завжди залишатимуться 1008 квіток, а білими та червоними — по 504 квітки¹.

Завдання. Якою буде кількість білих квітів (з-поміж 2016) після зміни достатньо великої кількості поколінь, якщо перед виведенням кожного наступного покоління у попередньому поколінні заміняти:

- 1) одну випадкову квітку на сторонню білу квітку нічної красуні;
- 2) одну випадкову квітку на сторонню рожеву квітку нічної красуні;
- 3) дві випадкових квітки на сторонні рожеву та червону квітки нічної красуні?

¹ З точністю до випадкових зсувів, якими ми домовимось нехтувати.

3. Математика: еволюція стратегії

Правила гри у камінці такі:

- Спершу на стіл викладають 100 камінців.
- Гравці ходять по черзі.
- За один хід гравець може забрати 1 або 2 камінці.
- Виграє той гравець, хто забере зі столу останній камінець (або два останні камінці).

Генотипом гравця називатимемо рядок з 99 символів, кожен з яких є одиницею або двійкою: число на першій позиції в рядку — хід, який зробить гравець, якщо на столі лежать 100 камінців; число на другій позиції — хід, який зробить гравець, якщо перед його ходом на столі лежать 99 камінців, і т. д.; число на останній, 99-й, позиції — хід, який зробить гравець, якщо на столі залишається два камінці.

Будемо виводити популяції гравців у камінці. Кожне покоління складатиметься зі 100 гравців. Нехай у першому поколінні усі сто мають генотип, що складається виключно з одиниць. Кожне наступне покоління визначаємо таким чином:

1. Усі гравці поточного покоління грають між собою турнір у два кола (коли два гравці зустрічаються вдруге, першим ходить інший гравець, ніж той, хто починав у першій партії). За кожен виграш переможцю присуджується 1 очко.
2. Серед усіх гравців вибирають того, хто в сумі набрав найбільшу кількість очок; якщо таких кілька, з-поміж них беруть гравця з найменшим генотипом (якщо вважати генотип 99-цифровим числом).
3. Наступне покоління задають такі 100 генотипів: генотип гравця-переможця та 99 генотипів, утворені з нього шляхом «мутації» — заміни однієї цифри на відповідній позиції на протилежну. Наприклад, у другому поколінні матимемо генотип переможця 111...11 та 99 мутацій: 211...11, 121...11, 112...11, ..., 111...21, 111...12.

Завдання. Доведіть, що починаючи з деякого моменту гравець-переможець кожного покоління гратиме оптимально, тобто ніколи й нікому не програє за умови, що ходить першим.

4. Математика: графічне розпізнавання

Називатимемо нейронною мережею орієнтований граф. Кожна вершина цього графа — нейрон; вхідні ребра нейрона — дендрити; вихідні ребра — аксони (таким чином, дендрит наступного нейрона — це аксон попереднього). За одну одиницю часу в нейрон по дендритах може надійти певна інформація, яку нейрон миттєво обробляє і в наступну одиницю часу надсилає опрацьований результат по аксонах (по всіх, що з нього виходять, водночас) далі. Інформація, яку може передавати дендрит/аксон, — довільне невід’ємне дійсне число. Ситуація, коли по дендриту в нейрон не надійшло в даний момент часу жодної інформації, ідентична тому, що по цьому дендриту було передано число нуль.

Нейрон уміє рахувати та повертати значення лінійних функцій (із наперед заданими коефіцієнтами) від чисел, які він отримав на вході. Крім того, він уміє порівнювати числа між собою. Нехай c_1, c_2, f_1, f_2, f_3 — фіксовані (для даного нейрона) лінійні функції, а I — набір вхідних чисел, що надійшли у нейрон у даний момент часу. Тоді алгоритм роботи нейрона такий:

- Якщо $c_1(I) < c_2(I)$, передати далі число $f_1(I)$.
- Якщо $c_1(I) = c_2(I)$, передати далі число $f_2(I)$.
- Якщо $c_1(I) > c_2(I)$, передати далі число $f_3(I)$.

Уявімо також, що в нас є квадратна сітка («сітківка»), комірки якої можуть бути порожніми або зафарбованими. Зображення на сітківці не змінюється.

Завдання. Доведіть, що існує нейронна мережа з такими властивостями:

- З кожної комірки сітківки виходить (єдиний) дендрит до деякого відповідного цій комірки нейрона, причому кожної одиниці часу по цьому дендриту передається число 1 у тому й лише в тому випадку, якщо дана комірка сітки зафарбована.
- У мережі виділено спеціальний кінцевий нейрон, що має лише один аксон. По цьому аксону буде рано чи пізно передано деяке додатне число в тому й лише в тому випадку, якщо на сітківці зафарбовано суцільний квадрат довільного розміру і не зафарбовано жодної іншої комірки.
- Максимальна кількість дендритів та аксонів, які можуть входити/виходити з нейрона, обмежена деяким числом, що не залежить від розміру сітківки.

5. Експеримент: нюх

Нижче у випадковому порядку наведено параметри окремих частин недавнього дослідження нюху людини: назви молекул (англійською), суміш з яких давали нюхати піддослідним, та пропорції, в яких ці суміші було розведено у пропіленгліколі — речовині, що практично не має запаху. Прочерк означає, що суміш не розчиняли.

Суміш	Розчин
iso-valeraldehyde, cuminic aldehyde, nonan-2-ol, limonene, pentyl valerate, p-cresyl acetate, dimethyl benzyl carbinyl butyrate, melonal, laevo-beta-pinene, propane-1-thiol	1/4
2-hydroxypropanoic acid, 4-methoxybenzaldehyde, dimethyl trisulfide, cinnamic aldehyde, trimethyl amine, 2,3-dimethyl pyrazine, muguet carbinol, 1-octen-3-ol, pentan-2-ol, ortho-tolualdehyde	1/2
pentyl valerate, thiophene, hexanoic acid, ortho-tolualdehyde, butyl acetate, butanal, 2-methyl-5-propan-2-ylcyclohexa-1,3-diene, diphenyl oxide, isoamyl acetate, trimethyl amine	1/2, 1/4
2-hydroxypropanoic acid, 4-methoxybenzaldehyde, dimethyl trisulfide, cinnamic aldehyde, trimethyl amine, 2,3-dimethyl pyrazine, decanoic acid, trans-2-hexenal, 2-ethyl pyrazine, acetophenone	1/4, —
alpha-pinene, butanoic acid, linalool, pentanoic acid, toluene, heptan-2-ol, ethyl hexanoate, p-cresol, 2-hydroxypropanoic acid, cuminic aldehyde	1/2, —
pentyl valerate, thiophene, hexanoic acid, acetic acid, dimethyl trisulfide, pentan-2-ol, linalool, iso-bornyl acetate, thiolane, chlorothymol	—
ethyl octanoate, heptanal, pentan-2-ol, cinnamic aldehyde, phenyl acetic acid, musk galaxolide, iso-phorone, thymol, 4-Methyl-3-penten-2-one, butane-2-thiol	1/4
iso-valeraldehyde, cuminic aldehyde, nonan-2-ol, limonene, pentyl valerate, p-cresyl acetate, dimethyl benzyl carbinyl butyrate, melonal, laevo-beta-pinene, S-(methyl thio) butyrate	1/2, —

Завдання 1. Розставте результати, що відповідають даним частинам дослідження, у порядку, в якому йдуть рядки у таблиці:

4, 8, 8, 13, 13, 18, 18, 22.

Відомо, що першому рядку таблиці відповідає число 8, а другому — якесь інше число.

Завдання 2. Поясніть, чому у стовпці «Розчин» інколи трапляється по два значення, та, наскільки це можливо, опишіть методику проведення експерименту.

Примітка. У задачі йдеться про дослідження 2014 року таких науковців: С. Bushdid, М. О. Magnasco, Л. В. Vosshall, А. Keller.